

سنجش کارایی بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری با روش مومنتوم دو مرحله‌ای

محسن امیرخانلو^۱، سید مهدی رضائی^۲

۱- دانشجوی دکتری مدیریت مالی دانشگاه آتاتورک ترکیه

۲- کارشناس ارشد مدیریت مالی، دانشگاه شهید بهشتی ایران (نویسنده مسئول)

چکیده

هدف اصلی این پژوهش تعیین سبد بهینه سهام در سطح شرکت‌های موجود در بازار سرمایه ایران است. در این راستا از آمار و اطلاعات قیمت‌های سه ماهه سبد سرمایه‌گذاری روزانه بازار سرمایه ایران طی دوره آذر ۱۳۸۸ تا شهریور ۱۳۹۷ استفاده شده است. یافته‌های تجربی این مطالعه شامل محاسبه نسبت‌های بهینه‌گر و ارزیابی عملکرد با رویکرد تشکیل سبد طی دوره بررسی و تعیین وزن‌های سبد بهینه در دو سطح کلی صنایع و شرکت‌های موجود در صنایع است. بر اساس نتایج بدست آمده بالاترین وزن در سبد بهینه متعلق به سهامی است که در عین کنترل نسبت شارپ و بازده قطعی معادل، بازدهی مورد انتظار بالاتری دارد.

واژه‌های کلیدی: مومنتوم دومرحله‌ای، معیار عملکرد، بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری

۱. مقدمه

بهینه‌سازی سبد یکی از مسائل اساسی در حوزه علم سرمایه‌گذاری می‌باشد. همچنین با توجه به افزایش پیچیدگی‌های ابزارها و بازارهای مالی، روش‌های پیش‌بینی وضعیت سهام یکی از عوامل مهم در کسب بازده سرمایه‌گذاران می‌باشد که عمدتاً در کارکرد تاریخی سهام ریشه دارند. یک روش پیش‌بینی صحیح می‌تواند تصمیم‌گیری در شرایط واقعی بازار را تا حدی هموارتر سازد. بهینه‌سازی سبد در واقع فرآیند تسهیم سرمایه میان چند دارایی می‌باشد. بازده‌های مورد انتظار و ریسک مهم‌ترین شاخص‌ها در مسئله بهینه‌سازی سبد است. عموماً سرمایه‌گذاران ترجیح می‌دهند که بازده را بیشینه حالت ممکن و ریسک را کمینه حالت ممکن نمایند. با این وجود، بازده‌های بالاتر معمولاً ریسک بالاتری هم دارند (دنگ و همکاران، ۲۰۱۲).

مدل میانگین-واریانس مارکویتز در سال ۱۹۵۲ به‌عنوان یکی از نخستین تلاش‌ها برای حل مسئله انتخاب سبد محسوب می‌شود، می‌تواند از طریق میانگین بازده دارایی‌ها و انحراف معیار بازدهی دارایی‌ها (ریسک) توضیح دهد پس از ارائه مدل مارکویتز تلاش‌های زیادی در جهت اصلاح نقاط ضعف و محدودیت‌های مدل وی انجام شده است که منجر به نتایج متفاوتی گشته است که عموماً به دلیل خطای پیش‌بینی موجود در مدل و همچنین عدم امکان تحصیل ترکیب دارایی پیشنهادی مدل مارکویتز در عمل امکان اجرای همه‌جانبه ندارد.

با توجه به این مشکلات، پیشینه تحقیقات در این زمینه اکثراً شامل پژوهش‌هایی است که به هدف بهبود عملکرد و نتایج مدل مارکویتز انجام صورت گرفته‌اند. عامل مومنتوم طی سالیان اخیر به‌عنوان یکی از مهم‌ترین شاخصه‌هایی در نظر گرفته شده که در پیش‌بینی بازده نقش اساسی دارد. طبق پیشینه تحقیقات کارهارت^۱ (۱۹۹۷) عامل مومنتوم را به مدل سه‌عاملی افزود و نشان داد مدل حاصله به شکل بهتری رفتار بازدهی شرکت‌ها را توضیح می‌دهد. مطابق با استراتژی مومنتوم، خرید سهامی که در گذشته برنده بوده است (سهام با بالاترین بازده گذشته) و فروش سهامی که در گذشته بازنده بوده است (سهام با پایین‌ترین بازده گذشته)، منجر به بازدهی اضافی مثبت می‌گردد. با توجه به این شاخصه می‌توان با استفاده کاربردی از روش‌شناسی نظری پژوهش‌های متئی^۲ (۲۰۱۸) و همچنین برندت^۳ و همکاران (۲۰۰۹) از یک مدل پارامتریک جهت پیش‌بینی بازده استفاده نمود و با افزودن مشخصه مومنتوم عملکرد کلی سبد سرمایه‌گذاری را بهبود بخشیدند.

۲- اهداف پژوهش

تبیین راهکارهای اثربخش در نگهداری دارایی‌ها همواره محل سؤال فعالان و مدیران سبد بوده است طبق پژوهش‌های متعدد با توجه به اینکه اغلب خطای تخمینی بازدهی بالاتر از ریسک بوده است، هدف پژوهش حاضر دستیابی به ترکیب بهینه سبد سرمایه‌گذاری و همچنین استفاده کاربردی از سازوکار روش بهینه‌سازی اوزان در سبد سرمایه‌گذاری است. در واقع هدف انجام این پژوهش در گزاره زیر مطرح می‌شود.

^۱-Deng^۲_Carhart^۳-Mattei^۴-Brandt

• تبیین روش بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری و آزمون کارایی عملکرد این روش بدین منظور ابتدا مدل نظریه مدرن سبد سرمایه‌گذاری به نحوی تغییر می‌یابد که قابلیت استفاده از این یافته را داشته باشد و سپس با یک مطالعه تجربی سبد سرمایه‌گذاری مبنای تعریف‌شده، این موضوع مورد بررسی قرار می‌گیرد که آیا استفاده از عامل بهینه‌گر انتخابی در انتخاب سبد سرمایه‌گذاری منجر به عملکرد بهتری خواهد شد یا خیر؟ در حقیقت مدلی برای ارتقای سبدهای سرمایه‌گذاری مبنا پیشنهاد داده می‌شود که در آن اوزان دارایی طبق اصول تعریف‌شده بایستی به نحوی تغییر کند که اثر عامل بهینه‌گر در آن لحاظ شود.

۳- مبانی نظری و پیشینه تحقیق

سرمایه‌گذاران همواره به دنبال فرصت‌های سرمایه‌گذاری بهینه هستند. در همین راستا ازجمله عوامل مهم و تأثیرگذار در تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاران، نرخ بازده مورد انتظار است. سرمایه‌گذاران به‌منظور سرمایه‌گذاری منابع مالی مازاد خود در بازارهای سرمایه، به دنبال فرصت‌های سرمایه‌گذاری هستند که از بالاترین بازده برخوردار باشد. به‌طور کلی دستیابی به بازده بالا همواره با پذیرش ریسک بالاتری نیز همراه خواهد بود و این امر موجب خواهد شد که سرمایه‌گذاران در تصمیمات سرمایه‌گذاری خود، دو فاکتور بازده و ریسک را مدنظر قرار دهند. از همین رو سرمایه‌گذاران منطقی تمایل دارند که پیش از سرمایه‌گذاری منابع مالی خود، از میزان ریسک سرمایه‌گذاری آگاه و جهت اتخاذ تصمیم سرمایه‌گذاری بهینه، میزان آن را اندازه‌گیری نمایند؛ بنابراین سرمایه‌گذاران تلاش می‌کنند با توجه به میزان ریسکی که از بابت سرمایه‌گذاری خود متحمل می‌شوند، میزان بازدهی سرمایه‌گذاری را حداکثر نمایند.

۳-۱- روش‌های حل مسئله بهینه‌سازی

درعمل روش‌های متعددی جهت حل مسائل بهینه‌سازی در علوم مختلف مورد استفاده قرار گرفته است و بسیاری از این روش‌ها با تأثیرات متقابل میان این علوم و حوزه‌های اقتصادی و مالی به صورت روش‌های کاربردی در حل مسائل بهینه‌سازی مورد استفاده قرار گرفته است، در ادامه به برخی از مهم‌ترین این روش‌ها معرفی می‌شود.

- برنامه‌ریزی ریاضی با قید محدودیت
- روش‌های شمارشی
- روش‌های ابتکاری و فرا ابتکاری
- منطق فازی
- خوشه‌بندی
- استفاده از تابع کاپیولا
- تحلیل پوششی داده‌ها
- تشکیل سبد بر مبنای متغیر بهینه‌گر

با توجه به اینکه پژوهش حاضر بر اساس تشکیل سبد بر مبنای متغیر بهینه‌گر انجام شده است این روش شرح داده می‌شود:

در روش تشکیل سبد عملاً با تشکیل یا یا چند سبد بر اساس شاخص بهینه‌گر به ارزیابی کارایی متغیر بهینه‌گر در طول دوره نمونه پرداخته می‌شود و نتایج سبد بهینه مانند تمامی روش‌های بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری با استفاده از معیارهای ارزیابی عملکرد سنجیده می‌شود (کاکیسای^۵، ۲۰۱۵) آنچه در این میان حائز اهمیت است بیشترین سازگاری این روش با استراتژی خرید و نگهداری سهام است که عملاً با تعریف وقفه‌های بهینه‌سازی در دنیای واقعی نیز مورد استفاده قرار می‌گیرد و به طرز مشهودی قابل بررسی و آزمون عملکرد است. در واقع در این روش فرض می‌شود سرمایه‌گذاران سبدهای خود را برای مدت معینی نگه داشته و در پایان مدت‌زمان مذکور، آن را تجدید ساختار می‌نمایند.

۲-۳- شناخت متغیر مومنتوم

مومنتوم واژه‌ای است که از علم فیزیک گرفته شده و به معنی شتاب می‌باشد و مفهوم آن این است که یک جسم در حال حرکت گرایش دارد که همچنان در حرکت باشد، مگر آنکه نیرویی از خارج بر آن وارد شود. در دانش مالی مومنتوم به معنی تداوم می‌باشد یعنی وجود یک رفتار ثابت و مشخص در گذشته و آینده سهام، بدان معنی که اگر سهم در گذشته برنده (بازنده) بوده است در آینده نیز برنده (بازنده) است؛ بنابراین در این استراتژی سعی می‌شود تا با خرید (فروش) سهام برنده (بازنده) به بازده مزاد دست یافت.

در اولین تحقیق در خصوص استراتژی مومنتوم که توسط جگادیش و تیتمن^۶ (۱۹۹۳) صورت گرفت، آن‌ها نشان دادند که در دوره‌های کوتاه مدت و میان مدت سبدهای برنده عملکرد بهتری نسبت به سبدهای بازنده دارند. این محققین یکی از علت‌های بروز چنین پدیده این را فرو واکنشی^۷ سهامداران دانستند.

آسنس و ماسکوویتز و پدرسون^۸ (۲۰۱۳) نشان دادند که بازده بدست آمده از استراتژی مومنتوم و ارزش در کشورهای دیگر و با دارایی هم رده نیز قابل اجرا است و همبستگی مثبتی دارد.

چن و همکاران^۹ (۲۰۱۴) با استفاده از داده‌های سه بورس نیویورک، آمریکا و نزدیک طی سال‌های ۱۹۷۴ تا ۲۰۰۹ به بررسی استراتژی مومنتوم قیمت، سود و درآمد پرداختند که در اکثر دوره‌های زمانی نتایج معنی‌داری حاصل شد.

دبراتی و همکاران^{۱۰} (۲۰۱۷) یافت که به تجربه مومنتوم صنعت در دوره‌های بازنده و در آن مواقعی که مومنتوم از بین می‌رود به وسیله‌ی موقعیت بازار در تسلط قرار می‌گیرد و او نشان داد که استراتژی مومنتوم صنعت عوامل موقعیت بازار و چرخه‌ی تجارت بستگی دارد. نتایج وی با نتایج دنیل و ماسکوویتز (۲۰۱۴) مطابقت دارد.

^۵Cakici

^۶Jegadessh and Titman

^۷underreaction

^۸Asness, Moskowitz, Pederson

^۹Chen and et al

۳-۳- پیشینه تحقیقات

۳-۳-۱- تحقیقات خارجی

لیم^۱ و همکاران (۲۰۱۴) با استفاده از جدول کارایی متقاطع را به جای سوابق بازده در چارچوب مدل میانگین-واریانس مارکوویتز، مینای بهینه‌سازی سبد قرار دادند. کارایی محاسبه شده در تحلیل پوششی داده‌ها نوعی ارزیابی خوش‌بینانه از هر شرکت است که با تخصیص بهترین وزن‌ها به هر شرکت حاصل می‌شود. کارایی متقاطع نوعی ارزیابی از هر شرکت با تخصیص وزن‌ها مطلوب برای شرکت‌ها رقیب است.

ساندوال^۲ و همکاران (۲۰۱۴) در بازار سرمایه کشور برزیل، با استفاده از نظریه ماتریس تصادفی به پالایش و حذف نویز از ماتریس همبستگی اقدام کردند و بر اساس آن سبد سرمایه‌گذاری بهینه سهام را تشکیل دادند و همچنین برای محاسبه ماتریس همبستگی نیز از رگرسیون استفاده کردند و این کار را برای دو بازه زمانی با نوسان‌های کم و زیاد تکرار نمودند، نتایج آن‌ها نشان می‌دهد استفاده از رگرسیون و روش ماتریس تصادفی، قدرت پیش‌بینی ریسک را افزایش می‌دهد؛ اما در زمان‌هایی که بازار، نوسان‌های شدید دارد، این روش کارایی چندانی از خود نشان نمی‌دهد.

مچی^۳ و اندیش (۲۰۱۵) بهینه‌سازی چند هدفه بر اساس مدل‌های تطبیقی با تصمیم‌گیری فازی برای پیش‌بینی بازار سهام را مورد بررسی قرار دادند. در این تحقیق از بهینه‌سازی ازدحام ذرات استفاده شد و به این نتیجه رسیدند که مدل بهینه‌سازی چند هدفه نسبت به مدل تک هدفه نتایج بهتری ارائه می‌دهد.

متنی (۲۰۱۸) با لحاظ داشتن متغیر بهینه‌گر مومنتوم در بازارهای صعود و رکودی و با بازنگری سالیانه سبدهای سهامی در انواع دسته‌بندی سهام به کارایی استراتژی مومنتومی در مقابل سایر استراتژی‌ها دست یافتند.

۳-۳-۲- تحقیقات داخلی

موسوی و همکاران (۱۳۹۵) با استفاده از روش حداقل کردن ریسک نسبت به بازدهی و با بررسی سبد بانک سپه طی دوره ۱۳۸۷ تا ۱۳۹۰ اقدام به بهینه‌سازی سبد مذکور نموده‌اند. آن‌ها با بررسی چهار صنعت اصلی که بانک سپه در سرمایه‌گذاری‌های پیشین خود در نظر داشته اقدام به رتبه‌بندی اهمیت این صنایع کرده‌اند و به ترتیب صنایع استخراج کانی‌های غیر فلزی، استخراج کانی‌های فلزی، شرکت‌های چند رشته‌ای و صنعت محصولات شیمیایی به ترتیب اولویت‌های سرمایه‌گذاری بانک معرفی شده‌اند.

^۱debrati

^۲Lim

^۳Sandoval

^۴Majhi & Anish

افسر و هلیل (۱۳۹۶) با استفاده از یک مدل ترکیبی بهینه‌سازی بر مبنای عوامل میانگین، واریانس و چولگی سبد سهام با استفاده از الگوریتم ژنتیک اقدام به ارائه سبد بهینه نمودند و نتیجه این پژوهش بازده بالاتر مدل پیشنهادی از شاخص بازار بود.

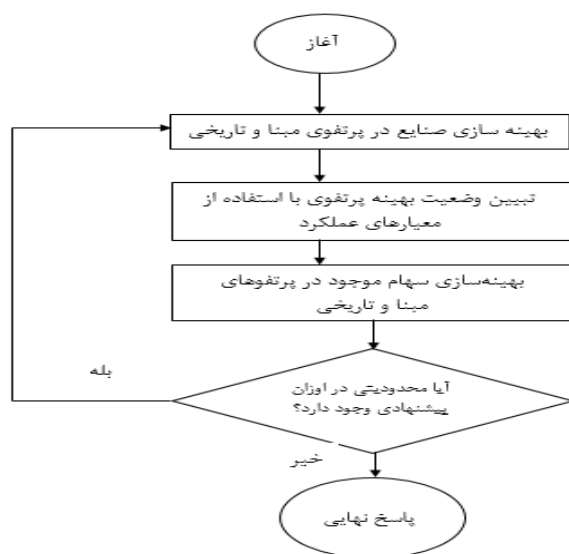
سروش و همکاران (۱۳۹۶) در چارچوب مدل مارکویتز و با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر آموزش و یادگیری بر روی ۲۰ شرکت منتخب دارای نقدینگی بالای طی سال‌های ۱۳۹۱ تا ۱۳۹۵ دریافتند که الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر آموزشی و یادگیری، نسبت به سایر الگوریتم‌ها برای یافتن مرز کارا و بهینه‌سازی سبد سهام، عملکرد بهتری دارد.

ابراهیمی و همکاران (۱۳۹۷) اقدام به بهینه‌سازی ۱۰ سهم تصادفی از بورس اوراق بهادار تهران در سال ۱۳۹۴ با استفاده از نظریه اعتبار فازی با استفاده از مدل میانگین-ارزش در معرض ریسک مشروط نمودند در این مدل بازده انتظاری سبد به وسیله میانگین اعتبار فازی به دست آمده و سپس ارزش در معرض ریسک مشروط به وسیله همین نظریه تخمین زده شده است.

بحری ثالث و همکاران (۱۳۹۷) با استفاده از الگوریتم‌های مختلف اقدام به بهینه‌سازی سبد سهام ۱۰۶ شرکت پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران طی دوره زمانی ۱۳۸۶ الی ۱۳۹۳ نمودند، در این پژوهش برای تعیین مرز کارا و تشکیل سبد بهینه، از واریانس به عنوان عامل اصلی خطرپذیری استفاده شده است و نهایتاً نتایج موید عدم وجود اختلاف معنی‌دار میان سه الگوریتم است.

۴- طرح تحقیق

در این پژوهش ابتدا سبدهای سرمایه‌گذاری در نظر گرفته می‌شوند در مرحله اول اوزان دارایی در این سبد براساس شاخص مومنتوم تغییر می‌یابد؛ بنابراین اگر یک صنعت یا شرکت مومنتوم بهتری داشته باشد، وزن بیشتری در سبد سرمایه‌گذاری نهایی به دست می‌آورد. در ادامه پس از تشکیل سبد سرمایه‌گذاری عملکرد آن در مقایسه با سبد سرمایه‌گذاری مبنا با استفاده از معیارهای شارپ و گردش سبد سرمایه‌گذاری بررسی می‌گردد. در مرحله دوم این تحلیل مومنتومی در سطح شرکت‌های صنایع و شرکت‌های منتخب انجام شده و اوزان بهینه تعیین می‌گردد.



نمایه ۱- مدل پژوهش تجربی

۴-۱- قلمرو پژوهش

دوره زمانی موردبررسی این پژوهش با توجه به اطلاعات در دسترس و همچنین ماهیت آزمون‌ها، از آذر ۱۳۸۸ تا شهریور ۱۳۹۷ است و همچنین قلمرو مکانی، بورس اوراق بهادار تهران و فرابورس ایران است.

۴-۲- جامعه و نمونه آماری

همچنین جامعه آماری سوال این پژوهش شامل کلیه شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران و فرابورس ایران است. نمونه تحقیق شامل کلیه شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران آذر ۱۳۸۸ تا شهریور ۱۳۹۷ است به‌استثنای شرکت‌هایی که کمتر از ۹۰ روز دارای نماد فعال در بازار بوده‌اند

۴-۳- گام اول جهت انتخاب سبد سرمایه‌گذاری بهینه صنعت

فرض اولیه جهت آغاز کار در روش تحقیق بر این پایه استوار است که سبد سرمایه‌گذاری از میان صنایع و شرکت‌های مختلف انتخاب می‌گردد؛ نابراین ابتدا در هر صنعت یک سبد سرمایه‌گذاری با اوزان مبتنی بر ارزش‌های شرکت تشکیل‌شده و سرمایه‌گذار، سبد دارایی خود را به‌صورت ترکیبی از این سبدها تشکیل می‌دهد. البته باید توجه داشت که سبدهای سرمایه‌گذاری مبنا می‌تواند متفاوت باشند و نحوه تشکیل آن‌ها اثری در عملکرد مدل ندارد. با این فرض برخی متغیرها که در ادامه مورد استفاده قرار می‌گیرند به این شرح خواهند بود:

^۱-Value Weighted

- r_t بردار $1 \times N$ شامل بازدهی مازاد ماهانه صنعت منتخب (بازدهی صنعت منهای بازدهی بدون ریسک)
- W_t^b بردار $1 \times N$ شامل اوزان سبد سرمایه‌گذاری مبنا-در اینجا وزنی- (وزن سرمایه‌گذاری در سبدهای مربوط به هر صنعت در سبد سرمایه‌گذاری مبنا)
- W_t بردار $1 \times N$ شامل اوزان سبد سرمایه‌گذاری بهینه (وزن سرمایه‌گذاری در سبدهای مربوط به هر صنعت پس از اعمال تغییرات در سبد سرمایه‌گذاری مبنا)
- \hat{m}_t بردار $1 \times N$ شامل مشخصه مومنتوم (پارامتر تعیین‌کننده نحوه تغییر وزن سرمایه‌گذاری در سبدهای مربوط به هر صنعت)

با این تعریف، سبد سرمایه‌گذاری بهینه تابعی از مومنتوم و پارامتر بهینه‌سازی θ است که تغییرات موردنیاز در سبد سرمایه‌گذاری مبنا را مشخص می‌نماید.

$$W_t = f(\hat{m}_t, \theta) \quad (۱)$$

بردار مومنتوم به این صورت تعریف می‌شود. ابتدا مومنتوم بازدهی سبد بر اساس تعریف پیش‌گفته در هر صنعت محاسبه می‌شود. سپس صناعی که در دهک بالا قرار می‌گیرند تعیین خواهد شد. بردار \hat{m}_t برای صنایع و شرکت‌های دهک بالا مقدار W/N_m و برای باقی صنایع و شرکت‌ها ارزش صفر دارد و N_m تعداد صنایع و شرکت‌هایی است که در دهک بالا قرار دارند. به این ترتیب در واقع اوزان در سبد سرمایه‌گذاری بهینه فقط برای صنایع و شرکت‌هایی بیشتر خواهد شد که در دوره محاسبه شاخص مومنتومی در دهک بالا قرار دارند. با توجه به این موضوع که مجموع درایه‌های W_t^b و \hat{m}_t دو برابر یک است که مجموع دارایی را شامل می‌شود، بنابراین رابطه (۱) به این صورت تعریف می‌شود:

$$W_t = (1 - \theta)W_t^b + \theta\hat{m}_t \quad (۲)$$

در این رابطه هرچه θ بزرگ‌تر باشد اوزان پیش‌فرض در سبد سرمایه‌گذاری مبنا برای سبدهای صنایع و شرکت‌ها بیشتر و به مقادیر پیشنهادی در بردار مشخصه مومنتوم نزدیک‌تر خواهد شد. به بیان دیگر میزان سرمایه‌گذاری در صنایع و شرکت‌هایی که از لحاظ مومنتومی ضعیف‌تر هستند کم شده و سرمایه‌گذاری بیشتر بر روی صنایع و شرکت‌های دهک برتر بیشتر خواهد بود.

در تخمین پارامتر θ ، تعیین درصد انحراف سرمایه‌گذاری از سبد سرمایه‌گذاری مورد بررسی، رویکردهای متفاوتی از جمله نسبت سرمایه‌گذاری ثابت در طول دوره وجود دارد اما با توجه به رویکردهای موردنیاز مدیران سرمایه‌گذاری در جهت صیانت از حقوق سرمایه‌گذاران فرض می‌شود که سرمایه‌گذاران منطقاً ریسک‌گریز بوده و با توجه به توابع موجود اقدام به بیشینه کردن مطلوبیت خود می‌کنند. در این صورت تابع بهینه‌سازی به این صورت تعریف می‌شود:

$$\max_{\theta} = E(u(r_{p,t+1})) = E\left(u\left(\sum_{i=1}^N ((1 - \theta)W_{i,t}^b + \theta\hat{m}_{i,t})r_{i,t+1}\right)\right) \quad (۳)$$

که در آن $r_{p,t+1}$ بازدهی سبد سرمایه‌گذاری بهینه در دوره آتی و u تابع مطلوبیت سرمایه‌گذار است. با در نظر گرفتن پاسخ به یک تابع مطلوبیت درجه دوم (کوآدراتیک)^۱ برای سرمایه‌گذار، می‌توان ملاحظه کرد که مقدار پارامتر θ از رابطه (۴) حاصل می‌شود:

$$\theta^* = \frac{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [r_{m,t} - r_{b,t} + \gamma(r_{b,t}^2 - r_{m,t}r_{b,t})]}{\gamma \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_{b,t} - r_{m,t})^2} \quad (4)$$

که در آن $r_{b,t}$ بازدهی سبد سرمایه‌گذاری مبنا، $r_{m,t}$ بازدهی سبد سرمایه‌گذاری مومنتوم، γ ضریب ریسک‌گریزی سرمایه‌گذار و T تعداد کل دوره‌ها (ماه‌ها) است.

در این صورت به دلیل آنکه θ نمایانگر درصد انحراف از سبد سرمایه‌گذاری مبنا است پس مقادیر $\theta > 1$ و $\theta < 0$ غیرقابل قبول است و رابطه (۵) مقدار نهایی را مشخص می‌کند:

$$\theta = \max\{0, \min\{\theta^*, 1\}\} \quad (5)$$

۴-۴- گام دوم جهت انتخاب سبد سرمایه‌گذاری بهینه در سطح شرکت

در مرحله انتخاب و تکمیل سبد آن‌چه در اجرا حائز اهمیت است شناخت ترکیب بهینه دارایی‌ها در سطح شرکت‌های موجود هر صنعت است که در واقع روش‌شناسی با اجرای مدل در سطح سهام هر صنعت با در نظر داشتن شاخصه‌های خاص شرکت‌های موجود در صنایع تکمیل می‌گردد و در این مرحله تخصیص دارایی در سطح صنعت و شرکت تکمیل می‌شود.

۴-۵- سبدهای سرمایه‌گذاری مبنا

طبق در این پژوهش دو سبد سرمایه‌گذاری مبنا مورد مطالعه قرار می‌گیرد. با این فرض که سرمایه‌گذار ابتدا ترکیب سبد سرمایه‌گذاری مبنا را به عنوان ترکیب سبد سرمایه‌گذاری خود انتخاب نموده و سپس با در نظر داشتن مومنتوم صنعت اقدام به اصلاح اوزان دارایی‌ها در سبد سرمایه‌گذاری خود می‌کند. سه سبد سرمایه‌گذاری مبنا به بدین شرح می‌باشند:

(۱) سبد سرمایه‌گذاری با اوزان مشابه بازار (مطابق با قانون W/N): در این سبد سرمایه‌گذاری در همه دارایی‌ها (در اینجا سبدهای صنایع منتخب تاریخی) به صورت موزون و بر اساس نسبت وزنی سرمایه‌گذاری می‌شود و به بیان دیگر اگر N دارایی در دسترس باشد، سهم هر کدام از کل سرمایه‌گذاری برابر با W/N خواهد بود. این استراتژی از لحاظ منطقی امکان همسویی بیشتری با شاخص را برای سرمایه‌گذاران فراهم می‌کند و از آنجاکه یکی از معیارهای اصلی ارزیابی عملکرد مدیر سبد توانایی پیروی و غلبه بر شاخص است این سبد سرمایه‌گذاری از اهمیت زیادی برخوردار است.

^۱Quadratic

(۲) سبد سرمایه‌گذاری شبه مارکویتری: با توجه به خطای بالای تخمین میانگین بازدهی، با توجه به نتایج تحقیقات تجربی مقبولیت مدل کمینه واریانس از مدل میانگین-واریانس پیشی گرفته است. نحوه بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری در این مدل به این صورت است:

$$\min_W = W' \Sigma W \quad (۶)$$

$$s. t. W' 1_N = 1$$

که در آن W بردار $N * 1$ اوزان دارایی‌ها، Σ ماتریس $N * N$ کوواریانس و $W' \Sigma W$ واریانس سبد سرمایه‌گذاری است و هدف کمینه کردن آن با این قید است که مجموع اوزان برابر با ۱ باشد (فروش استقراضی در این مدل جایی ندارد و البته این ابزار در بازار سرمایه ایران نیز جایگاهی ندارد).

۴-۶- روش گردآوری اطلاعات

داده‌های مورد استفاده در پژوهش، شامل بازدهی ماهانه بدون ریسک، سابقه فعالیت شرکت‌ها و داده‌های قیمتی سهام است که از سایت مدیریت پژوهش، توسعه و مطالعات اسلامی وابسته به سازمان بورس و اوراق بهادار (www.rdis.ir) و سایت سازمان بورس و اوراق بهادار (www.tse.ir) استخراج خواهد شد. در این پژوهش صنایع منتخب، پیش‌تر سرمایه‌گذاری شده که در کل بازه تحقیق در بازار فعال بوده‌اند انتخاب خواهند شد. شاخص صنایع منتشرشده توسط سازمان بورس و اوراق بهادار را می‌توان معادل بازدهی سبد سرمایه‌گذاری موزون با ارزش سهام هر صنعت دانست زیرا این شاخص براساس ارزش بازار موزون شده است، بازدهی این که در این پژوهش مورد استفاده قرار خواهد گرفت. جهت جمع‌آوری اطلاعات از نرم‌افزار TSE Client2 و نرم‌افزار رهاورد نوین استفاده خواهد شد.

۵- تحلیل داده‌ها

در این پژوهش جهت افزایش دقت و تدقیق در نحوه چینش سبد شرکت‌های بورسی و فرابورسی در ۴۷ صنعت و ۶۸۹ شرکت (شامل شرکت‌های موجود و حذف شده از طبقه‌بندی شده‌اند دسته‌بندی صنایع مذکور به قرار زیر است

جهت محاسبه شاخص صنایع و بازده سهام موجود در صنایع مذکور با تکیه بر داده‌های روزانه بازدهی به صورت فصلی محاسبه شد، در خصوص داده‌های ناقص و نمادهایی که دارای توقف طولانی مدت بودند با استفاده از روش هموارسازی^۶ داده‌های ناقص تا حد ممکن کامل گردید.^{۱۷}

در این پژوهش جهت بهینه‌سازی دو مرحله‌ای سبد سرمایه‌گذاری از اطلاعات در سطح صنایع و شرکت‌ها استفاده کردید که در نمایه ۲ آمار توصیفی آن ارائه می‌گردد.

^{۱۸} flat

در صورتی که بالغ بر ۵۰ درصد داده‌های دوره بررسی وجود نداشت یا دو داده ابتدا و انتهای دوره در دسترس نبود آن دوره از محاسبات^{۱۹} خارج شد.

بازده	کشیدگی	چولگی	کمینه	بیشینه	انحراف معیار	میانه	میانگین
صنایع	۴۰۱.۵۹	۱۲.۴۷	-۰.۲۳	۱.۹۹	۰.۰۵	۰.۰۰	۰.۰۱
سهام شرکت‌ها	۲۰۱۸.۲۳	۲۴.۸۶	-۰.۶۶	۸.۳۶	۰.۰۸	۰.۰۰	۰.۰۱

نمایه ۲-آمار توصیفی بازده صنایع و شرکت‌ها

در راستای اجرای فرآیند بهینه‌سازی به هر یک از صنایع یک کد از شماره ۱ تا ۴۷ و به هر یک از شرکت‌ها یک کد از شماره ۱ تا ۶۸۹ اختصاص یافت تا سهام منتخب در صنعت به راحتی قالب تمایز باشد

۱-۵- سبدهای سرمایه‌گذاری مورد بررسی

در این پژوهش به جهت هدف کاربردی و البته امکان توسعه مدل دو سبد مورد تدقیق و بررسی قرار گرفت.

۲- سبد سرمایه‌گذاری با استراتژی سبد موزون بازار، این سبد در واقع به مانند یک روند تمام سهام موجود در بازار سرمایه تلقی می‌شود و عملاً در این حالت به دنبال بهینه‌نمودن سبدی هستیم که به عنوان سبد موزون بازار شناخته می‌شود و در اغلب مراجع حرفه‌ای به عنوان مبنای سنجش عملکرد سایر سبدها مدنظر قرار می‌گیرد، بازدهی این سبد معادل میانگین وزنی شاخص تمامی صنایع خواهد بود.

۳- سبد بهینه‌شده کمینه واریانس^۸ که به عنوان یک سبد بهینه همواره مورد بررسی و پیشنهاد است در عمل با وارد نمودن بخشی از بهینه‌سازی صورت گرفته با معیار مومنتوم به دنبال آن هستیم که افزایش کارایی این سبد را با استفاده از مدل پژوهش حاضر نشان دهیم.

آمار توصیفی بازدهی این سبدها به قرار زیر است:

بازده	کشیدگی	چولگی	کمینه	بیشینه	انحراف معیار	میانه	میانگین
سبد موزون بازار	۱۵.۷۵	۳.۲۷	-۰.۰۳	۰.۱۵	۰.۰۳	۰.۰۰	۰.۰۱
سبد کمینه واریانس	۱۷.۹۹	۲.۹۵	-۰.۰۳	۰.۱۱	۰.۰۲	۰.۰۰	۰.۰۱

نمایه ۳-آمار توصیفی سبدهای مبنا

(بهینه‌سازی کمینه واریانس انجام می‌شود MATLAB در نرم افزار quadprog با استفاده از الگوریتم برنامه ریزی کوادراتیک (تابع^۸

۲-۵- سبد سرمایه‌گذاری بهینه‌شده مومنتومی

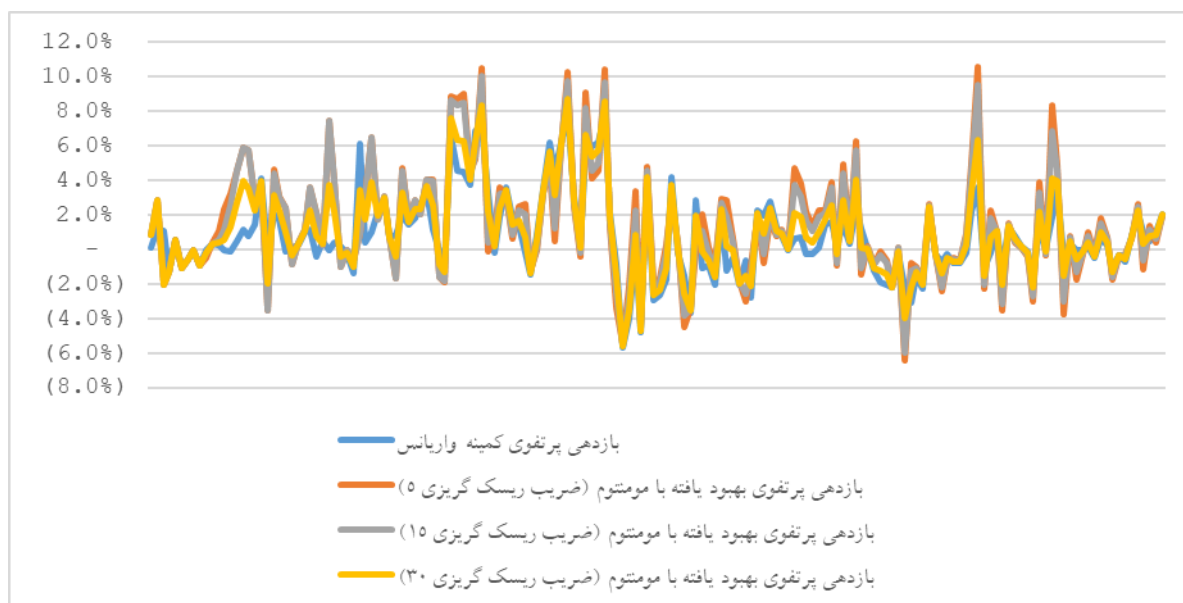
سبد سرمایه‌گذاری مومنتومی ایجاد شده با لحاظ مومنتوم صنایع و شرکت‌ها در دو سطح ایجاد می‌شود، مبنای تشکیل این سبد بازدهی تجمعی ۱۱ ماه دوره گذشته است آمار توصیفی مومنتوم صنایع و شرکت‌ها در نمایه ۴ قابل مشاهده است

	کشیدگی	چولگی	کمینه	بیشینه	انحراف معیار	میانه	میانگین
مومنتوم سهام	۱۵.۰۳	۲.۱۲	-۰.۲۷	۰.۵۹	۰.۰۷	۰.۰۰	۰.۰۱
مومنتوم صنایع	۱۱.۵۹	۲.۲۱	-۰.۰۵	۰.۱۹	۰.۰۳	۰.۰۱	۰.۰۱

نمایه ۴-آمار توصیفی سبدهای مومنتومی

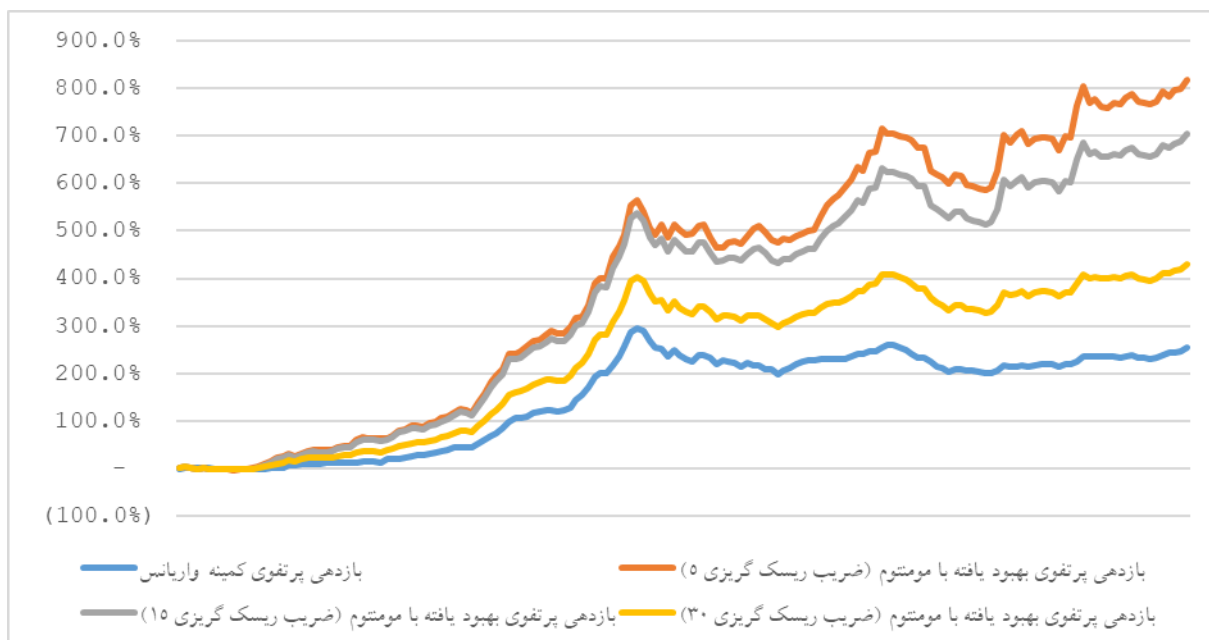
۳-۵- آمار عملکرد سبد مومنتومی

آنچه در خصوص بکارگیری این استراتژی در مدیریت سبد، کاربردی می‌نماید امکان لحاظ نمودن سطح ریسک‌گریزی مدیر سرمایه‌گذاری در بازه ۱ تا بی‌نهایت است بدین صورت که عدد ۱ معادل بالاترین سطح تحمل ریسک تلقی می‌شود و نتیجتاً نوسانات بالاتری در این سبد ملاحظه می‌شود و با بالاتر رفتن این عدد عملاً سطح ریسک‌گریزی بالاتر می‌رود، البته طبق مشاهدات نتایج حاصله در اعداد بالاتر از ۲۰ تقریباً بسیار نزدیک به هم می‌شوند، در نمایه ۵، روند بازدهی انواع این استراتژی در مقابل استراتژی کمینه واریانس مشاهده می‌شود:



نمایه ۵- روند بازده بازدهی استراتژی مومنتومی در مقابل استراتژی کمینه واریانس (بازه ۱۳۸۸ تا شهریور ۱۳۹۷)

همانگونه که از نمایه ۵ مشخص است، عموماً نوسانات مثبت حاصل از بکارگیری این استراتژی‌ها دارای بازدهی بالاتر از استراتژی کمینه واریانس است و نتیجتاً باید بازده تجمعی حاصل از مدیریت سبد که در واقع همان بازده مدنظر مدیر سبد است در سطح ریسک مشخص بالاتر باشد که این مهم در نمایه ۶ به وضوح مشاهده می‌شود:



نمایه ۶- بازده تاریخی تجمعی سبد بهینه مومنتومی در مقابل سبد کمینه واریانس

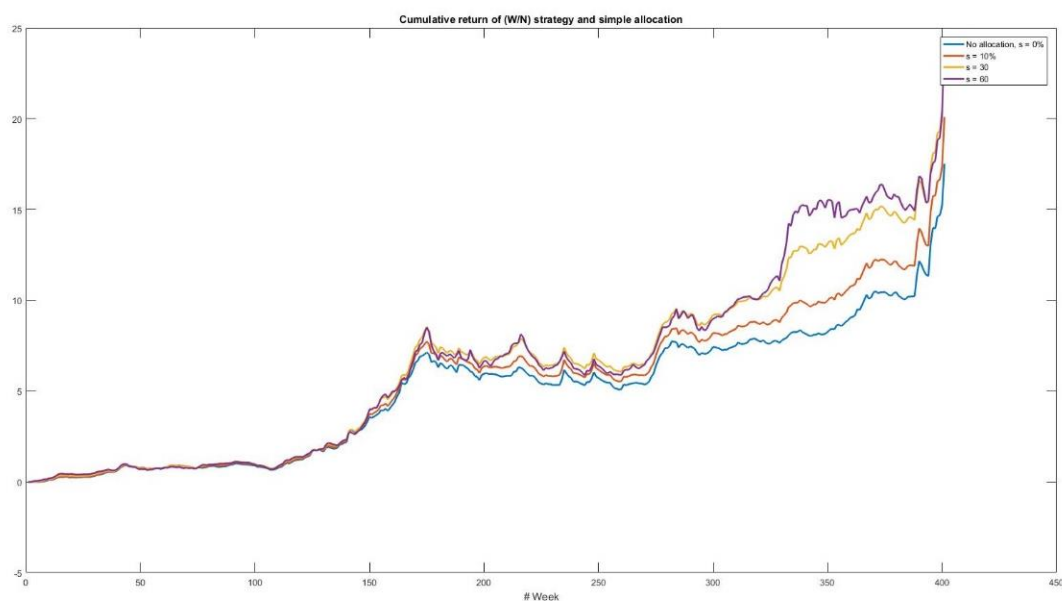
۴-۵- تشکیل سبد سرمایه‌گذاری با وارد نمودن مومنتوم

با توجه به محدودیت‌های موجود راهکاری که بتواند قابلیت عملیاتی نمودن این پژوهش را افزایش دهد ترکیبی از سیاست‌های کلان مدیریت سبد و بهینه‌سازی مبتنی بر مومنتوم است به این منظور بهینه‌ترین راه ممکن مطابق پژوهش متنی ۲۰۱۸ آن است که مجموع دارایی تحت مدیریت در قالب دو بخش در نظر گرفته شود، بخش نخست می‌تواند تحت سیاست‌های سبد موزون بازار، بهینه کمینه واریانس یا هر استراتژی بهینه‌سازی دیگر مدیریت شود و بخش دوم بر اساس مدل این پژوهش به کار گرفته شود. سهم دو بخش را می‌توان با دو رویه تخصیص یکسان یا هوشمند مشخص نمود.

۵-۵- نتایج بکارگیری استراتژی بهینه‌سازی مومنتومی

۱-۵-۵- بازده تجمعی با تخصیص یکسان

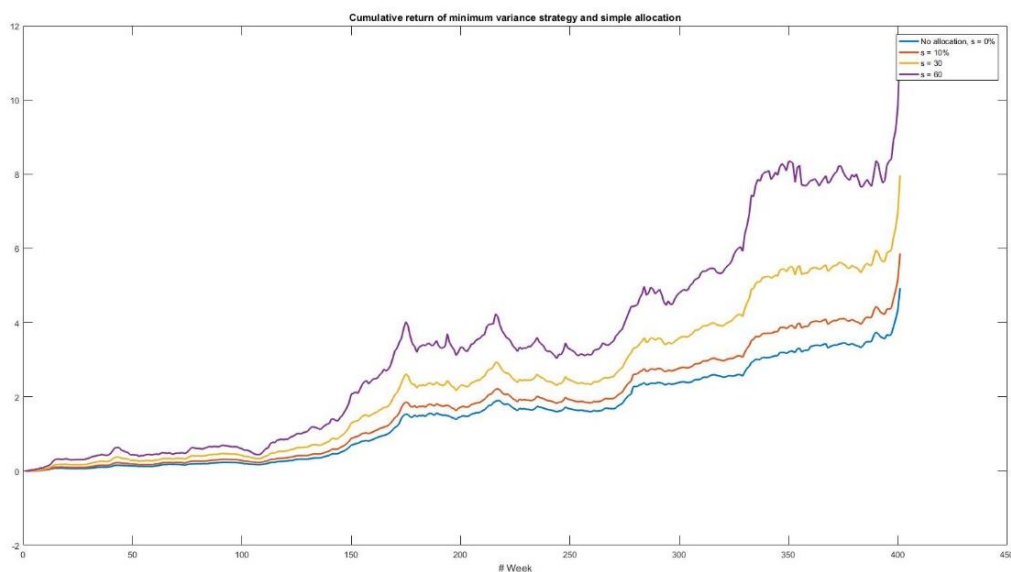
با توجه به نتایج بدست آمده که در نمایه ۶ مشاهده شد با استفاده از استراتژی بهینه‌سازی مومنتومی افزایش کارایی سبد، مشاهده می‌شود. در ادامه نمودارهای این تفاوت مشاهده می‌شود:



نمایه ۷- نمودار بازده تجمعی استراتژی بهینه‌سازی مومنتومی با تخصیص یکسان در سبد موزون بازار

خط آبی نشان‌دهنده عملکرد تاریخی سبد موزون بازار است و مشاهده می‌شود با تخصیص هر چه بیشتر حجم سبد به استراتژی مبتنی بر مومنتوم، بازدهی بالاتری مشاهده می‌شود به نحوی که در تخصیص ۶۰ درصدی سبد به استراتژی مومنتوم افزایش بازده تقریباً ۳۰ درصدی نسبت به سبد موزون بازار هستیم.

با بکارگیری این استراتژی در سبد بهینه‌شده کمینه واریانس نتایج به صورت زیر حاصل می‌شود.

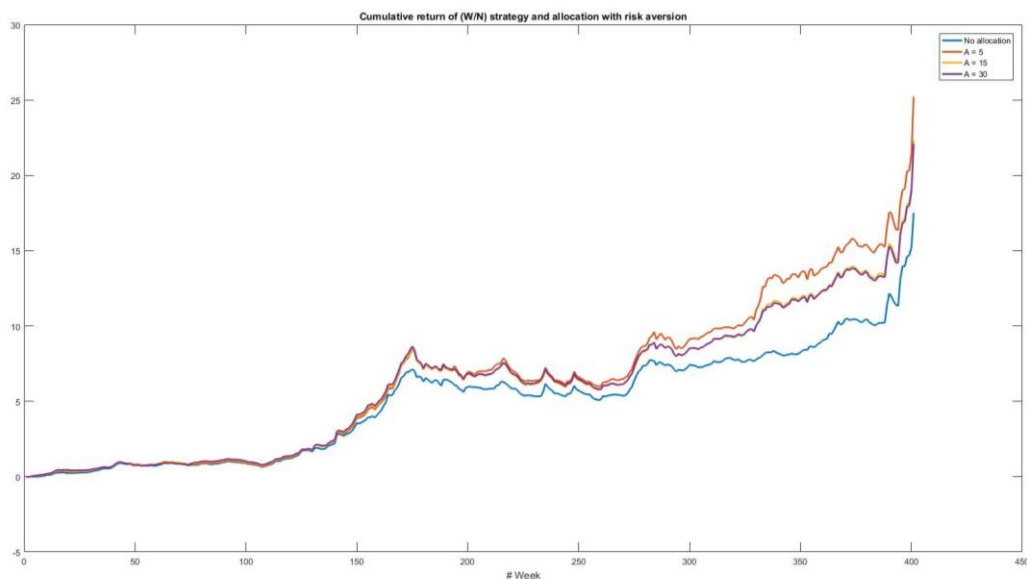


نمایه ۸- نمودار بازده تجمعی استراتژی بهینه‌سازی مومنتومی با تخصیص یکسان در سبد کمینه واریانس

خط آبی نشان‌دهنده عملکرد تاریخی سبد کمینه واریانس است و مشاهده می‌شود با تخصیص هر چه بیشتر حجم سبد به استراتژی مبتنی بر مومنتوم، بازدهی بالاتری مشاهده می‌شود به نحوی که در تخصیص ۶۰ درصدی سبد به استراتژی مومنتوم افزایش بازده تقریباً دو برابری نسبت به سبد کمینه واریانس هستیم.

۲-۵-۵- بازده تجمعی با تخصیص هوشمند

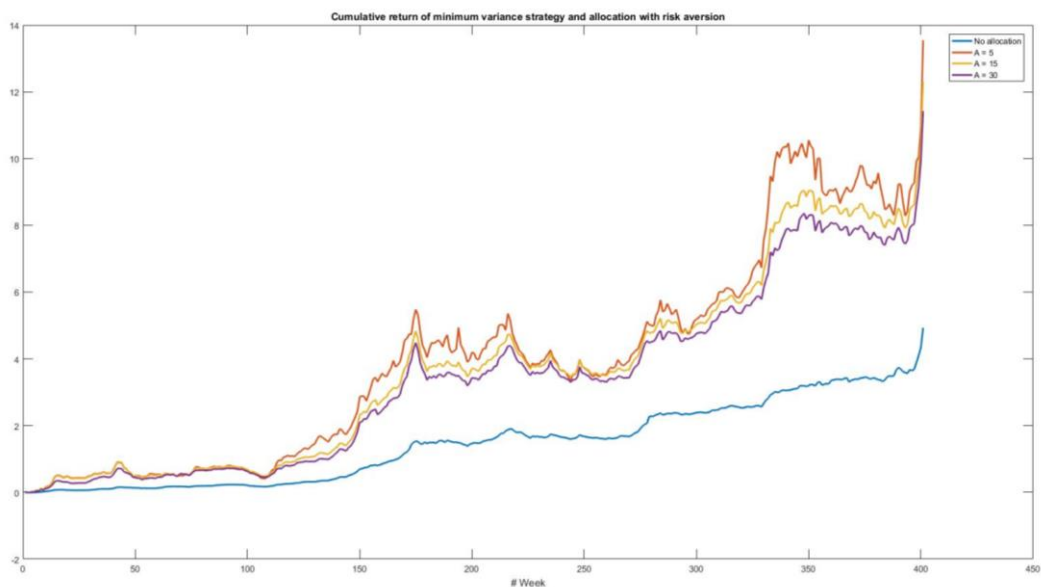
در روش تخصیص هوشمند در پایان هر دوره بازنگری براساس سطح ریسک‌گریزی مدیر سرمایه‌گذاری اوزان بهینه مشخص می‌شود و عملاً بهینه‌سازی در دو مبنای متفاوت انجام می‌شود؛ اول بهینه نمودن میزان تخصیص دارایی به سبد مبنا و سبد مومنتومی براساس سطح ریسک‌گریزی مدیر سبد؛ دوم بهینه‌سازی در سطح صنایع و شرکت‌ها که تخصیص نهایی دارایی براساس استراتژی مومنتومی را مشخص می‌نماید. با بکارگیری تخصیص هوشمند در استراتژی مومنتومی نتایج زیر حاصل می‌شود:



نمایه ۹- نمودار بازده تجمعی استراتژی بهینه‌سازی مومنتومی با تخصیص هوشمند در سبد موزون بازار

خط آبی نشان‌دهنده عملکرد تاریخی سبد موزون بازار است و مشاهده می‌شود با تخصیص هر چه بیشتر حجم سبد به استراتژی مبتنی بر مومنتوم، بازدهی بالاتری مشاهده می‌شود به نحوی که در سطح ریسک‌گریزی برابر با پنج، سبد با استراتژی مومنتوم افزایش بازده تقریباً بیش از ۵۰ درصدی نسبت به سبد موزون بازار دارد.

با بکارگیری این استراتژی در سبد بهینه‌شده کمینه واریانس نتایج به صورت زیر حاصل می‌شود.



نمایه ۱۰- نمودار بازده تجمعی استراتژی بهینه‌سازی مومنتومی با تخصیص یکسان در سبد کمینه واریانس

خط آبی نشان‌دهنده عملکرد تاریخی سبد کمینه واریانس است و مشاهده می‌شود با تخصیص هر چه بیشتر حجم سبد به استراتژی مبتنی بر مومنتوم، بازدهی بالاتری مشاهده می‌شود به نحوی که در سطح ریسک‌گریزی برابر با پنج، سبد با استراتژی مومنتوم افزایش بازده بیش از سه برابری نسبت به سبد کمینه واریانس دارد.

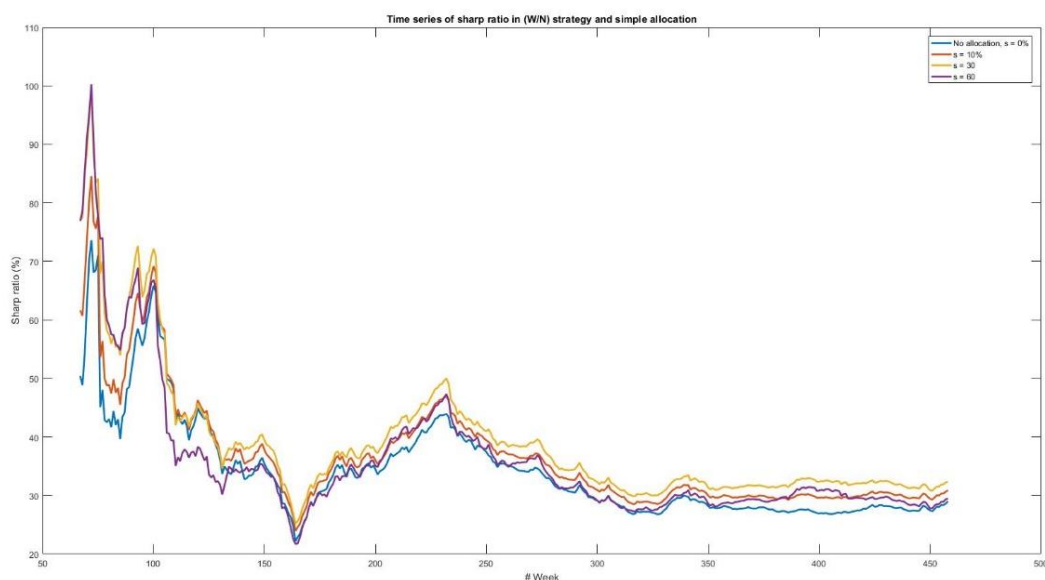
۵-۶ معیارهای ارزیابی سبد

آنچه در خصوص بهینه‌سازی صورت گرفته حائز اهمیت است، آزمون بهبود عملکرد معیارهای ارزیابی سبد، در اینجا نسبت شارپ است. در ادامه با محاسبه این معیارها و مشاهده روند در طی دوره بررسی اثر اجرای استراتژی مومنتومی بر معیارهای ارزیابی سبد بررسی می‌شود.

نسبت شارپ

در این بخش روند نسبت شارپ در استراتژی‌های پیش‌گفته مورد بررسی قرار می‌گیرد، انتظار از یک مدل بهینه‌گر آن است که نسبت شارپ در طول دوره بهینه‌سازی در سبد بهینه‌شده عموماً بالاتر از سبد غیر بهینه باشد.

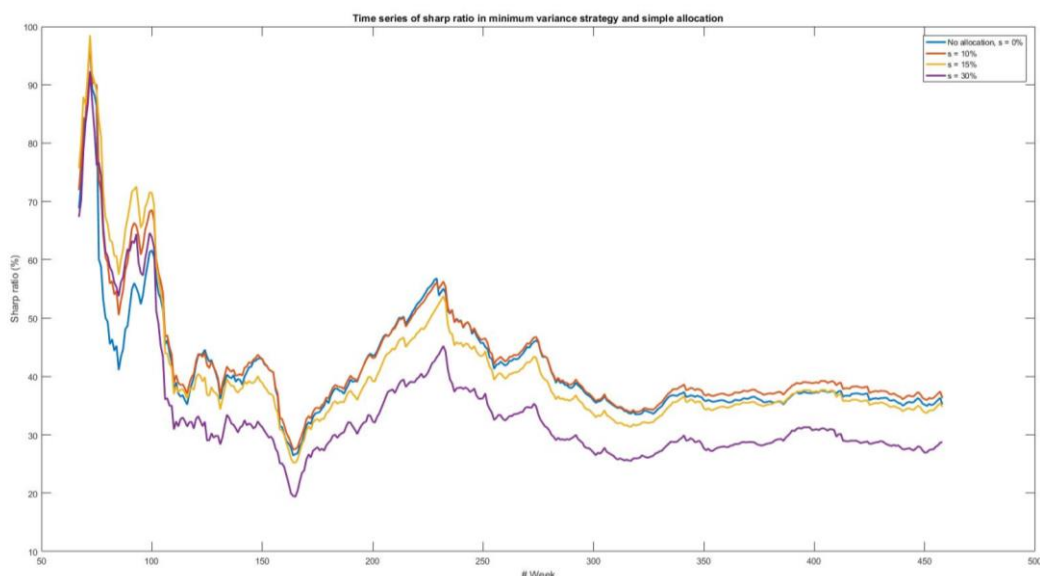
۵-۶-۱ - نسبت شارپ با تخصیص ساده



نمایه ۱۱- نمودار روند نسبت شارپ در استراتژی بهینه‌سازی مومنتومی با تخصیص یکسان - سبد موزون بازار

خط آبی نشان‌دهنده عملکرد تاریخی سبد موزون بازار است و مشاهده می‌شود با تخصیص هر چه بیشتر حجم سبد به استراتژی مبتنی بر مومنتوم، نسبت شارپ بالاتری مشاهده می‌شود به نحوی که در تخصیص ۶۰ درصدی سبد به استراتژی مومنتوم افزایش تقریباً پنج درصدی شارپ نسبت به سبد موزون بازار هستیم.

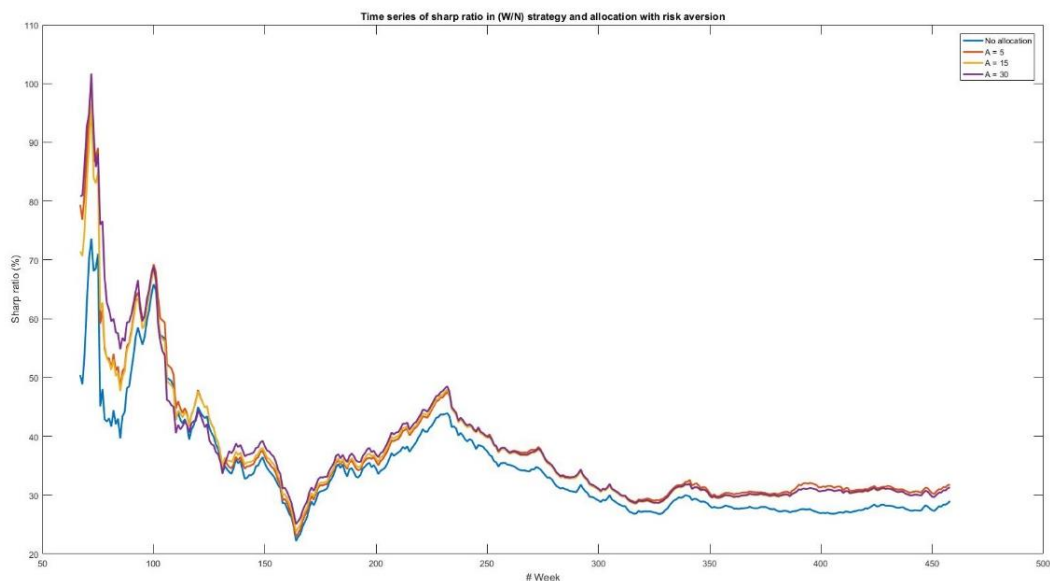
با بکارگیری این استراتژی در سبد بهینه‌شده کمینه واریانس نتایج به صورت زیر حاصل می‌شود.



نمایه ۱۲- نمودار روند نسبت شارپ در استراتژی بهینه‌سازی مومنتومی با تخصیص یکسان - سبد کمینه واریانس

با بکارگیری این استراتژی در سبد بهینه‌شده کمینه واریانس شاهد آن هستیم که صرفاً در تخصیص ده درصدی به سبد مومنتومی نسبت شارپ افزایش یافته و در باقی نسبت‌ها عموماً نسبت شارپ سبد کمینه واریانس بالاتر است البته دلیل چنین نتیجه‌ای دقیقاً به نحوه تشکیل سبد حداقل واریانس برمی‌گردد و در واقع بعد ریاضی این مدل اساساً بر کمینه نمودن واریانس استوار است که این نتیجه را می‌توان از آن برداشت کرد، اما حتی در این حالت نیز سبد مومنتومی با تخصیص ده درصدی توانسته است نسبت شارپ بهتری ایجاد نماید.

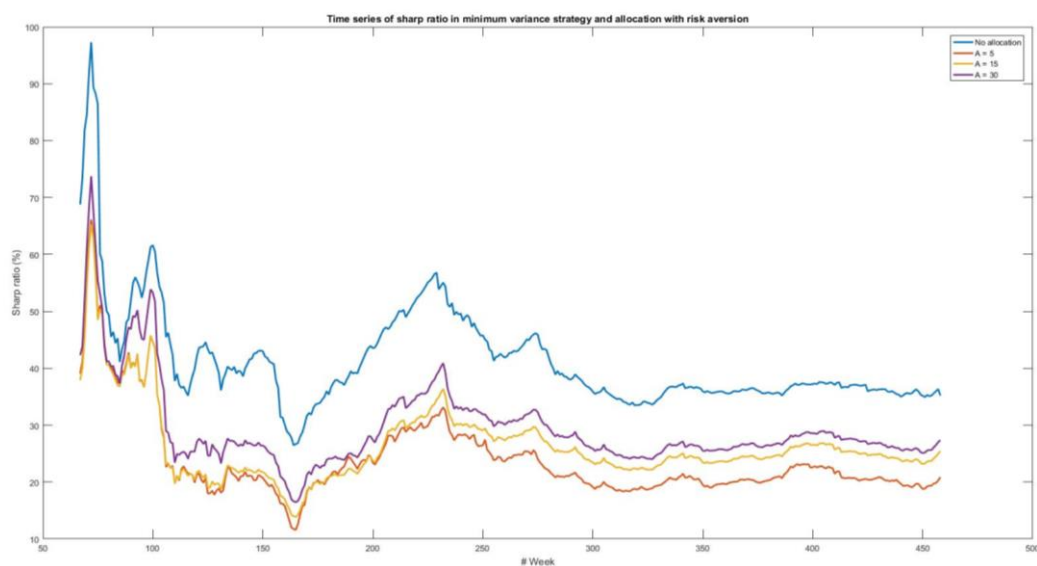
۲-۶-۵- نسبت شارپ در تخصیص هوشمند



نمایه ۱۳- نمودار روند نسبت شارپ در استراتژی بهینه‌سازی مومنتومی با تخصیص هوشمند - سبد موزون بازار

خط آبی نشان‌دهنده عملکرد تاریخی سبد موزون بازار است و مشاهده می‌شود با تخصیص هر چه بیشتر حجم سبد به استراتژی مبتنی بر مومنتوم، نسبت شارپ بالاتری مشاهده می‌شود به نحوی که در سطح ریسک‌گریزی برابر با پنج، سبد با استراتژی مومنتوم شارپ پنج درصدی نسبت به سبد موزون بازار دارد.

با بکارگیری این استراتژی در سبد بهینه‌شده کمینه واریانس نتایج به صورت زیر حاصل می‌شود.



نمایه ۱۴- نمودار روند نسبت شارپ در استراتژی بهینه‌سازی مومنتومی با تخصیص هوشمند - سبد کمینه واریانس

با بکارگیری این استراتژی در سبد بهینه‌شده کمینه واریانس شاهد آن هستیم عموماً نسبت شارپ در سبد کمینه واریانس بالاتر است البته دلیل چنین نتیجه‌ای دقیقاً به نحوه تشکیل سبد حداقل واریانس برمی‌گردد و در واقع بعد ریاضی این مدل اساساً بر کمینه نمودن واریانس استوار است که این نتیجه را می‌توان از آن برداشت کرد، البته باید توجه داشت که با لحاظ داشتن معیارهای دیگر عملکرد سبد مومنتومی در مجموع از سبد صرفاً کمینه واریانس بالاتر است.

۶- نتیجه‌گیری

در این پژوهش با تدقیق و بررسی در ادبیات و بالاخص نهادهای حرفه‌ای، گزاره کاملاً بدیعی مکشوف گردید که عبارت است از بهینه‌سازی بخشی از سبد بر اساس متغیر بهینه‌ساز مومنتومی که عملاً در هیچ یک از شرایط کلی حاکم بر مدیریت سبد، به طور مثال ادامه استراتژی میانگین موزون یا سبد بهینه واریانس، تعارضی با استراتژی کلی سبد ندارد به همین دلیل تلاش شد نتایج و مدل برآوردی علاوه بر پیشنهاد بهینه‌سازی کامل و تخصیص تمام منابع به سبد بهینه پیشنهادی شامل یک راهکار عملیاتی در دنیای واقعی باشد که فارغ از محدودیت‌های حاکم بر مدیریت سبد بتواند نسبت به بهینه‌سازی عملکرد آن در سطح تمام منابع یا بخشی از آن سودمند باشد. این بهینه‌سازی با موعده بازنگری هفته‌ای یا هر موعده مدنظر مدیر سرمایه‌گذاری صورت می‌پذیرد.

منابع

- ابراهیمی، سید بابک. جیرفتی، امیرسینا، عبدی، متین (۱۳۹۷). بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری تحت نظریه اعتباری فازی با استفاده از مدل میانگین-ارزش در معرض خطر ریسک مشروط؛ *فصلنامه علمی-پژوهشی دانش مالی تحلیل اوراق بهادار*، سال یازدهم، شماره ۳۷.
- افسر، امیر. هلیل، فاطمه (۱۳۹۶). بهینه‌سازی سبد سهام با رویکرد ترکیبی روش‌های تحلیل تکنیکال و داده‌کاوی، *پژوهش‌های نوین در تصمیم‌گیری*، سال دوم، شماره ۲.
- بحری ثالث، جمال. پاک‌مرام، عسگر. ولی‌زاده، مصطفی (۱۳۹۷). انتخاب و بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم‌های مختلف، *فصلنامه علمی پژوهشی دانش مالی تحلیل اوراق بهادار*، سال یازدهم، شماره ۳۷.
- سروش، ابوذر. عطرچی، رومینا. رامتین‌نیا، شاهین (۱۳۹۶). بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر آموزشی و یادگیری TLBO در بورس اوراق بهادار تهران، *فصلنامه علمی پژوهشی تحقیقات مالی*، سال نوزدهم، شماره ۲.
- موسوی، یگانه، غلامی، الهام، سامعی، ساجده (۱۳۹۵). بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری شرکت سرمایه‌گذاری بانک سپه با استفاده از مدل ترکیبی مارکوویتز و GARCH چند متغیره، *فصلنامه اقتصاد کاربردی*، سال ششم، شماره ۱۸.

Asness, C. S., Moskowitz, T. J., & Pedersen, L. H. (2013). Value and momentum everywhere. *The Journal of Finance*, 68(3), 929-985.

Brandt, M.W., Santa-Clara, P., Volkanov, R., 2009. Parametric portfolio policies exploiting characteristics in the cross-section of equity returns *Review of Financial Studies* 22, 3411–3447.

Cakici, N., Chatterjee, S., & Topyan, K. (2015). Decomposition of book-to-market and the cross-section of returns for Chinese shares. *Pacific-Basin Finance Journal*, 34, 102-120.

Carhart, M. M. (1997). On persistence in mutual fund performance. *The Journal of finance*, 52(1), 57-82.

Chen, N. F., Roll, R., & Ross, S. A. (1986). Economic forces and the stock market. *Journal of business*, 383-403.

Deng, G. F., Lin, W. T., & Lo, C. C. (2012). Markowitz-based portfolio selection with cardinality constraints using improved particle swarm optimization. *Expert Systems with Applications*, 39(4), 4558-4566.

Jegadeesh, N., & Titman, S. (1993). Returns to buying winners and selling losers: Implications for stock market efficiency. *The Journal of finance*, 48(1), 65-91.

Lim, S., Oh, K. W., & Zhu, J. (2014). Use of DEA cross-efficiency evaluation in portfolio selection: An application to Korean stock market. *European Journal of Operational Research*, 236(1), 361-368.

Majhi, B., & Anish, C. M. (2015). Multiobjective optimization based adaptive models with fuzzy decision making for stock market forecasting. *Neurocomputing*, 167, 502-511.

Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The journal of finance*, 7(1), 77-91.

Mattei, M. D. (2018). Enhanced Portfolio Performance Using a Momentum Approach to Annual Rebalancing. *International Journal of Financial Studies*, 6(1), 15.

Bhattacharya, D., Li, W. H., & Sonaer, G. (2017). Has momentum lost its momentum?. *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 48(1), 191-218.

Sandoval Jr, L., Bortoluzzo, A. B., & Venezuela, M. K. (2014). Not all that glitters is RMT in the forecasting of risk of portfolios in the Brazilian stock market. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 410, 94-109.